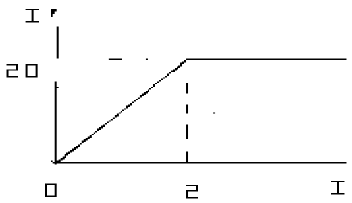
<u>Exercice 1 :</u> Modélisation d'un effet Larsen solution

Une solution.

1.a Pour k=100, si $I_{\max}$ est l'intensité maximale en entrée, on a $100\,I_{\max}$ =20, donc $I_{\max}$ =0,2.

1.b Pour k=10, si $I_{\max}$ est l'intensité maximale en entrée, on a $10\,I_{\max}$ =20, donc $I_{\max}$ =2.

Pour I≤2 alors I'=10.I et pour 2<I alors I'=20.



2.

I_0 $(=10^{-12})$ son initial instantané en entrée est multiplié par 10 dans l'ampli et revient à l'entrée à 11% de son intensité de sortie donc I_0 ayant cessé on retrouve en entrée un nouveau son I_1 avec un petit retard r, en intensité on a multiplié par 10 puis par 0,11

I_1=1,1.I_0

De même ce son d'intensité I_1 est amplifié puis amorti pour revenir au micro, tant que la saturation n'est pas atteinte. Le suite (In) est géométrique de raison g =1,1 (gain de boucle du système de rétroaction). Par itération, on se retrouve au bout de n boucles le son à l'entrée du micro sera $I_n = g^n.I_0$ mais ceci tant que $I_n < 2$.

Il est clair que quelque soit l'entier naturel n, $I_n < I_{n+1}$.

Or, $I_n < 2 \Leftrightarrow 10^{-12}.(1{,}1)^n < 2 \Leftrightarrow (1{,}1)^n < 2.10^{12}$. A l'aide de la calculatrice on observe :

$1{,}1^{297} < 1{,}97.10^{-12}$ et $1{,}1^{298} > 2{,}1.10^{-12}$ ainsi, $I_n < 2 \Leftrightarrow n \leq 297$. I_{297} <2 donc le micro recevra un son d'intensité I_{298} qui lui provoquera une saturation et un son suivant au niveau du micro d'intensité I_{299} égal à $20 \times 0{,}11 = 2{,}2$.

Ainsi quelque soit l'entier naturel n, $n \geq 299 \Rightarrow I_n = 2{,}2$

Il y a donc 299 sons d'intensités différentes à la sortie du haut parleur. L'effet larsen est du à la répétition rapide d'un son d'intensité 20.

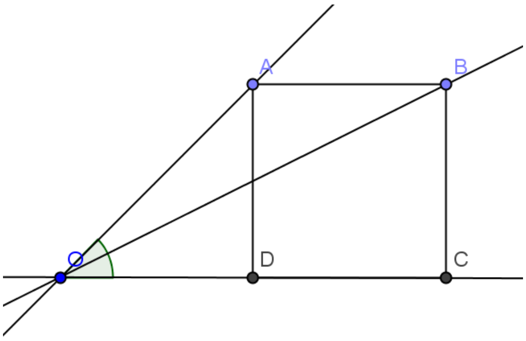
3. Soit k le coefficient multiplicateur lié au réglage du volume. L'intensité du son en entrée est multiplié par le « gain de boucle » g = 0,11.k .

Si g > 1, soit $k > \frac{100}{11}$, alors quelque soit l'entier naturel n, $I_n < I_{n+1}$ et il existera un entier naturel n_0 a partir duquel I_n = 2,2 et on obtient un effet larsen.

Si g =1, La suite (I_n) est constante.

Si g < 1, soit $k < \frac{100}{11}$ alors la suite (I_n) converge vers 0 et les sons deviennent inaudibles a partir d'un certain rang.

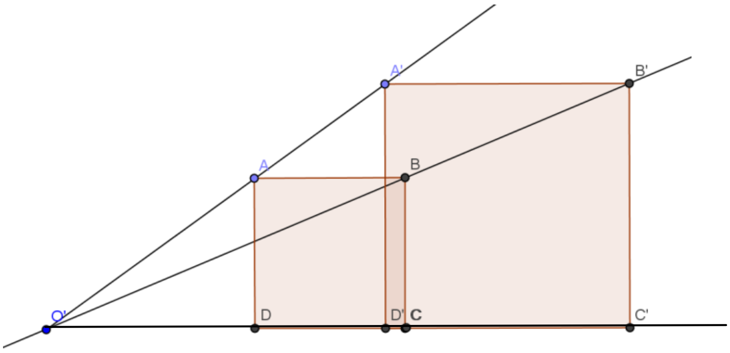
<u>Exercice 2</u> : carrétrice d'un angle. Solution



1. Le triangle OAD étant rectangle isocèle et ABCD étant un carré, on a OD=OA=DC. Donc tan $\widehat{COB}$ =1/2 . Ce qui montre que $\widehat{COB} \simeq 26°$

2.
<u>solution</u>

Soit *O*' l'intersection de (*BB*') et (*AA*').

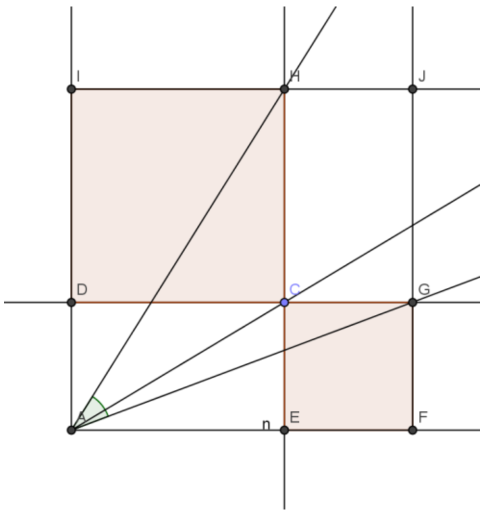


Dans un repère de centre *O* , on pose *D*(1,0) ; soit *a* le coefficient directeur de la droite (*AA'*).
On a *A*(1, *a*) *B*(1+ *a* , *a*) *D'*(*d* , 0), *A'*(*d*, *ad*) et *B'*(*d* + *ad* , *ad*). Les points *O*, *B* et *B'* sont alignés car les vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OB'}$ sont colinéaires: (*1+a*)*ad* - *a*.(*d*+*ad*) = 0.

<u>Autre solution</u>

1/*tan*($\widehat{COB}$) = *OC/CB* = *OD/CB* + 1 et 1/*tan*($\widehat{C'OB'}$) = *OC'/B'C'* = *OD'/C'B'* + 1
Or, d'après le théorème de Thalès,
OD/OD' = *AD/A'D'* soit *OD/AD* = *OD'/A'D'*.
Comme *AD* = *CB* et *A'D'* = *C'B'*, on a *OD/CB* = *OD'/C'B'* et donc *tan*($\widehat{COB}$) = *tan*($\widehat{C'OB'}$) Ce qui montre que les angles sont égaux et donc que *O B* et *B'* sont alignés.

4.
Nous pouvons considérer que le carré *OFJI* est de côté 1 et qu'il s'agit de déterminer la position du point *C* tel que l'angle *GOH* soit minimal. Considérons un repère orthonormé de centre *O*, $\left(\left(O,\overrightarrow{OF},\overrightarrow{OI}\right)\right.$. Dans ce repère posons *F*(1,0) *E*(*a*,0) d'où *G*(1,1-*a*) et *H*(*a*,1).



Ainsi $\cos(\widehat{GOH}) = \dfrac{a+1-a}{\sqrt{\left(1+(1-a)^2\right)\left(a^2+1\right)}} = \dfrac{1}{\sqrt{a^4-2a^3+3a^2-2a+2}}$

Etudions les variations de la fonction polynôme définie par
$f(a) = a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 2a + 2$
$f'(a) = 4a^3 - 6a^2 + 6a - 2 = 2\left(2a^3 - 3a^2 + 3a - 1\right) = 2(2a-1)(a^2 - a + 1)$
f '(a) est du signe de 2*a* -1.Donc *f* admet un minimum pour *a* =1/2 .
Ce qui correspond au cas ou (O*t*) est la bissectrice de (*xOy*). On a alors $\cos(\widehat{GOH}) = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{25}{16}}} = \dfrac{4}{5}$ d'où

$\widehat{GOH} \approx 36{,}87°$